

# 面向应用提高数值分析课程教学效果

姚传义

(厦门大学 化学工程与生物工程系, 福建 厦门 361005)

[摘要] 本文讨论了数值分析课程的特点, 针对传统教学模式重理论轻实践的问题, 提出了面向应用的教学观点, 主张简化理论推导, 重视上机实践。

[关键词] 数值分析; 科学计算; 教学方法

近年来, 计算机的广泛应用使计算数学有了很大的发展。计算数学的理论与方法已影响到许多学科, 并在生产、管理、教学以及科学研究领域得到了广泛应用。<sup>[1]</sup> 数值分析是研究各种数学问题求解的数值计算方法, 是一门内容丰富、研究方法深刻, 有自身理论体系的课程。数值分析也是一门偏重于应用的课程, 其中的理论和方法不仅在许多专业课程中常常运用, 而且在实际问题中也常常用到。

我系在研究生阶段开设学位课数值分析, 学时为 54 学时。我们针对该课程的特点, 总结传统教学中重理论轻实践的问题, 从课程的内容编排到课堂教学, 都将重点放在学生应用能力的提高上, 使学生认识到该课程是“有用”的, 激发其学习兴趣, 取得了很好的教学效果。

## 一、数值分析课程的特点

数值分析课程的基础是数学分析、线性代数、微分方程等数学理论, 这些理论都为普通工科数学教育所覆盖。数值分析课程具有如下特点:<sup>[2]</sup>

### (一) 注重方法性和实用性

数值分析中许多方法的理论基础是在高等数学中学习过的内容, 但是与高等数学中强调理论分析不同, 数值分析课程更注重怎样运用这些理论分析的结果。例如函数插值综合运用了线性代数中函数空间的概念与高等数学中的微分中值定理, 差商型数值微分公式是高等数学中泰勒级数

的应用, 解线性方程组的 LU 分解法运用了线性代数中矩阵分解理论。数值分析课程是一门更注重应用的科学, 特别注意在方法的精确性和有效性之间平衡。例如, 要求非线性方程  $f(x) = 2x^2 - 10x + 1 = 0$  的根, 该方程根本无法求得其解析解。通过分析可知,  $f(x)$  在  $(-\infty, 0]$  和  $[3, +\infty)$  区间都是大于零的, 而  $f(1)$  和  $f(2)$  都是小于零的, 根据微分中值定理, 在  $(0, 1)$  和  $(2, 3)$  两个区间中各存在方程的一个根, 于是利用二分法, 简单编程就可求出其近似解  $x_1 = 0.2029$ ,  $x_2 = 2.0745$ , 虽然  $x_1, x_2$  是近似解, 但对于实际应用已经足够了。

### (二) 注重对计算机的使用

数值分析所介绍的方法虽然是通用的, 但绝大部分的问题都只能借助于计算机才能实现。例如, 利用梯形法则计算  $f(x) = \exp(x^2)$  在  $[0, 1]$  区间上的积分, 为了足够的精度, 取步长  $h = 0.001$ , 就需要计算 1000 个梯形的面积, 采用手工计算是既耗时也没有必要的。这就要求我们会利用计算机编程来进行计算, 或利用现成的软件计算。一个合格的学生应该学会利用计算机来解决自己所遇见的问题, 另外, 很多计算方法也具有便于计算机求解的特点, 比如循环求解、迭代等方法, 它们对于手工而言是非常耗时甚至是非常复杂的, 但对于计算机来说却只需要简单的编程就实现了。

## 二、数值分析课程的内容

数值分析涵盖的内容很广,包括代数问题数值计算、数值逼近论、计算几何、统计计算、数理方程数值解、最优化方法等,<sup>[3]</sup>要在54个学时内讲授完所有内容,是不可能的,也无必要。我们考虑到学生大部分在本科阶段并没有学习过数值分析,为提高学生应用计算机解决实际问题的能力,在内容编排上,兼顾基本概念及一些实用的方法,并结合本系教师科研领域,我们主要讲授以下内容:(1)绪论,介绍数值分析在化工上的应用、学习数值分析的方法以及误差的概念;(2)非线性方程的求根,介绍二分法、迭代法、牛顿法、弦截法;(3)插值,介绍拉格朗日插值、牛顿插值及分段插值的思想,引入差商和差分概念;(4)数值微分,介绍利用中心差商来近似微分的方法及算法,并介绍理查森外推的思想;(5)数值积分,介绍梯形法则、龙贝格算法、辛普生法则及自适应辛普生算法;(6)线性方程组,介绍选主元的高斯消去法、解三对角线方程组的追赶法、LU分解法及迭代法中的雅可比迭代、塞德尔迭代和松弛法迭代;(7)非线性方程组,介绍雅可比迭代、塞德尔迭代、松弛法迭代和牛顿-拉夫森法;(8)样条函数,介绍三次样条函数插值及利用三次样条求数值微分的方法,由于本部分内容要用到解三对角线方程组的追赶法,因此安排在线性方程组之后讲解;(9)最小二乘法与回归分析,介绍一元线性回归、多元线性回归及多项式拟合的方法及算法;(10)常微分方程数值解,介绍求解常微分方程初值问题的欧拉法、改良欧拉法、龙格-库塔法,求解常微分方程组初值问题的龙格-库塔法,将高阶常微分方程初值问题转化为常微分方程组初值问题的方法,考虑到在化工中经常遇到常微分方程边值问题(如反应工程中的反应扩散方程),我们增加了求解常微分方程边值问题的打靶法和有限差分法;(11)偏微分方程数值解,由于在化工如传递过程中经常遇到偏微分方程,我们增加了本部分内容,介绍求解抛物型方程的显式法、隐式法及克拉克-尼科尔森六点格式解法,求解双曲型方程和椭圆型方程的有限差分法及边界条件的处理;(12)过程最优化,由于在研究生论文及以后的科研工作中经常用到模型参数的回归,而当模型较为复杂时,很难转化为线性回归,此时最好采用最优化的方法,因此增加本部分内容,介绍单变量函数优化的黄

金分割法和插值法,无约束多变量函数优化的单纯形搜索法和有约束多变量函数优化的BOX复合形法;(13)Monte Carlo模拟,考虑到Monte Carlo模拟在化工上应用已经较为普遍,而且本系部分老师研究课题中就用到该方法,因此增加本部分内容,介绍随机数的概念、Monte Carlo法求数值积分、Monte Carlo模拟在高分子研究中的应用。

## 三、面向应用的课堂教学

以上内容要在这么短的学时内讲授完,仍然是很困难的,因此,必须在课堂教学方面有所侧重,我们本着提高学生应用能力的思想,简化理论及推导,重点讲授各种方法的实现,即如何将数学上已经形成的方法,通过自己的编程,在计算机上完成计算。

### (一) 简化理论推导

传统的教学方法重视理论推导,注重讲授数值方法的原理,学生普遍感到该课程中公式多而长,推导繁琐,产生厌学情绪,收不到良好的教学效果。为改善这种状况,我们在课堂教学中,对大部分的理论推导都只是简略讲解,让学生了解这个公式是本着什么样的思路推导出来的,要求学生掌握推导的思想,而对每一个具体的推导过程,只是简单了解即可。其实,数值分析中大部分公式,虽然很长,但推导过程并不困难,只要足够细心,注意各种符号及下标,学生完全可以在课下自己重复出来。比如,三次样条函数方程的推导,我们在课上利用多媒体课件简略讲解一遍推导过程,学生没有足够的时间消化理解,我们只要求学生掌握推导中,先假设各节点处的二阶导数值,得到一个直线方程,然后积分两次得到三次样条函数,利用三次样条函数的概念(在节点处的值为已知,各节点处有连续一阶导数),最终得到一个三对角线方程组,补充两个边界条件即可解出最初假设的各节点处的二阶导数值,从而确定出三次样条函数。

另外,我们对误差计算和迭代法收敛性证明等问题也不做高的要求,比如数值积分的梯形法则的误差,我们只给出结论,而不讲推导过程,也不要求学生掌握,需要的时候可以查阅相关参考书或笔记。迭代法的收敛性证明在实际应用中是很少用到的,对一个具体的问题,所构造的迭代格式是否收敛,只需上机计算一下即可,这比证明它

是否收敛更容易也更有效。

## (二) 重视编程

在传统教学模式下,许多学生虽然学过了数值分析,但当工作中遇到实际的问题时,仍然不会甚至惧怕用计算机求解。针对这个问题,我们将课堂教学的重点放在了各种计算方法的实现,即如何根据已有的数学公式,编写出相应的算法及程序,在计算机上完成计算。这对教师提出了较高的要求,要求教师必须熟知各种计算方法的算法及程序。为了培养学生结构化的思想,我们把一切算法都用 N-S 结构化流程图描述,同时考虑到大部分学生都在本科阶段学习过 C 语言,流程图中符号以 C 语言为基准。课堂教学中主要讲解流程图,使学生在课堂上达到理解。课下留作业,让学生上机计算。通常,我们每周给学生留一道上机计算题,虽然这样给学生的压力较大,也大大增加了教师看作业的负担,但效果很好,我们曾经在期中进行了一次民意测验,几乎所有的学生都对留上机作业题的做法给予了肯定,并认为每周一道题的量是合适的。通过实践,学生认识到,数值分析并不难,他们完全有能力自己编程计算,从而增强了信心,克服了恐惧心理。学完这门课程后,许多学生都表示,有信心独立地利用数值方

法解决日后工作中遇到的数学问题。考虑到是研究生教学,学生都有上机的条件,我们并没有安排统一的上机实习。

## 四、结语

数值分析是一门注重应用的科学,与计算机的应用密切相关,目前,用计算机进行科学与工程问题的科学计算,已成为与理论分析、科学实验同样重要的科学研究方法。在数值分析教学中,从内容编排到课堂教学,我们都本着提高学生应用能力的思想,简化理论推导,重视实践,大大增强了学生利用数值计算方法解决实际问题的信心,当然,还有许多需要完善的地方,比如教师看作业的工作量太大,另外,考核方式也有待进一步探索。  
(责任编辑:吴文水)

## 参考文献:

- [1] 冯秀芳. 对提高“《数值分析》”课程教学效果的探讨与实践[J]. 内蒙古师范大学学报(教育科学版), 2003, 16(3): 69-70.
- [2] 孙亮.《数值分析》方法课程的特点与思想[J]. 工科数学, 2002, 18(1): 84-86.
- [3] 伍淦江, 尤传化, 劳允.《数值分析》课程的继承与改革[J]. 高等理科教育, 2000(29): 46-49.

(上接第 17 页) 班; 2005 级: 27 个班; 2006 级: 27 个班。共计: 219 个班, 7665 名学生。

我校的化学与环境课程, 在全国高校成为独具特色的一门工科公共基础必修课程, 既是普通化学课程改革的一个品种, 又成为在高校普及环境教育的一种容易被接受的方式。“化学与环境课程的建设”项目获得了 2002 年北京工业大学优秀教育教学成果一等奖、2004 年北京高等教育教学成果一等奖, 通过了北京市教委组织的国家级教学成果鉴定。《化学与环境》教材被评为 2004 年北京市高等教育精品教材。这本教材至今已经 32 次被他人论文中引用。2006 年 8 月,《化学与环境》教材第二版入选“十一五”国家级教材规划。

化学与环境课程有三名主讲教师四次获得北京工业大学教学质量奖, 分别是: 2002 年张敦信二等奖, 2003 年陈莎二等奖, 2004 年于志辉三等奖, 2005 年陈莎三等奖。

张敦信 2001 年、2003 年由北工大学生评选为优秀教师, 两次获“我心目中最尊敬的教师”称号, 2002 年被评为北工大“师德标兵”。

北京工业大学的化学与环境课程被评为 2004 年北京市高等学校精品课程。

2004、2005 年, 化学与环境课程的主持人任仁两次获得北京工业大学教学优秀奖。

《化学与环境》教材被评为 2004 年北京市高等教育精品教材。

我们化学与环境课程组要加强队伍建设, 做好新老交替, 总结经验, 继续前进, 把这门精品课程建设得更好。  
(责任编辑: 吴文水)

## 参考文献:

- [1] 任仁主编, 张敦信副主编. 化学与环境[M]. 北京: 化学工业出版社, 2002.
- [2] 任仁, 张敦信, 于志辉, 陈莎编. 化学与环境(第二版)[M]. 北京: 化学工业出版社, 2005.